

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang 1989/90

Mac/April 1990

EUM 201 - Matematik Kejuruteraan III

Masa : [3 jam]

---

**ARAHAN KEPADA CALON:**

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 6 muka surat bercetak dan EMPAT (4) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan. Tunjukkan jalan pengiraan dengan jelas.

Buku sifir matematik serta mesinkira boleh digunakan.

Setiap soalan mesti dimulakan di muka surat yang baru.

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukkan bagi soalan berkenaan.

Jawab kesemua soalan dalam Bahasa Malaysia.

...2/-

1. (a) Cari  $\underline{u}(t) = \underline{i} x(t) + \underline{j} y(t) + \underline{k} z(t)$  yang mana:

(i)  $\underline{u}''(t) - \lambda^2 \underline{u}'(t) = \underline{0}$ ,  $\lambda$  pemalar nyata.

(ii)  $\underline{u}''(t) + 2\underline{u}'(t) + 2\underline{u}(t) = t\underline{i} + 2\underline{j}$ .

(iii)  $\underline{u}''(t) + \underline{u}(t) = \underline{i} \sin(t) + \underline{j} \cos(t)$ .

(60%)

- (b) Jikalau  $\underline{R} = x^2 y^2 \underline{i} + (3xy + 4) \underline{j} + x^2 y^2 z^2 \underline{k}$ ,

Kirakan nilai  $\left| \frac{\partial^2 R}{\partial x^2} \times \frac{\partial^2 R}{\partial y^2} \right|$

di titik (2, 1, 1)

(10%)

- (c) Jikalau  $\underline{A} = u(x, y, z) \underline{i} + v(x, y, z) \underline{j} + w(x, y, z) \underline{k}$  yang mana  $u, v$  dan  $w$  adalah fungsi-fungsi yang sesuai, tunjukkan bahawa

$$\nabla \times (\nabla \times \underline{A}) = -(\nabla \cdot \underline{v}) \underline{A} + \nabla (\nabla \cdot \underline{A}).$$

(20%)

- (d) Katalah  $U(x, y, z) = 2xy - z^2$ . Apakah arah kadar maksimum  $U(x, y, z)$  berubah di (2, -1, 1)? Apakah nilainya?

(10%)

2. (a) Nilaiikan setiap kamiran berikut:

$$(i) \int_C (x^2 + y^2 - x - y) dy$$

yang mana C adalah laluan mengikut pusingan jam dari A (0, 1) ke B (0, -1) mengikut separuh bulatan  $x^2 + y^2 = 1$ .

(20%)

$$(ii) \int_{y=0}^3 \int_{x=1}^{\sqrt{4-y}} (x + y) dx dy.$$

(10%)

$$(iii) \int_{x=1}^2 \int_{y=\sqrt{x}}^x f(x, y) dy dx + \int_{x=2}^4 \int_{y=\sqrt{x}}^2 f(x, y) dy dx,$$

yang mana  $f(x, y) = \sin(\pi x [2y]^{-1})$

(20%)

...4/-

(b) Teorem Green di dalam satah menyatakan

$$\iint_R \left( \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy = \oint_C (Pdx + Qdy)$$

(i) Biar C menjadi suatu lengkung tertutup yang ringkas. Lengkung C adalah sempadan bagi rantau R yang mempunyai luas A.

Jikalau  $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2$  dan  $b_3$  adalah pemalar, tunjukkan bahawa

$$\begin{aligned} \int_C [(a_1 x + a_2 y + a_3) dx + (b_1 x + b_2 y + b_3) dy] \\ = (b_1 - a_2)A \end{aligned}$$

(30%)

(ii) Jikalau diberi

$$P = -\frac{y}{x^2 + y^2} \text{ dan } Q = \frac{x}{x^2 + y^2}$$

dan R adalah cakera unit  $x^2 + y^2 \leq 1$ ,

terangkan sama ada teorem Green boleh digunakan atau tidak. (Jangan nilaikan RHS dan LHS persamaan dalam teorem Green).

(20%)

...5/-

3. Dalam soalan ini,  $z = x + jy$  ( $j = \sqrt{-1}$ ).

(a) Selesaikan setiap persamaan berikut;

(i)  $\cos z = 5,$

(ii)  $\sin z = 25.$

(iii)  $\ln z = 1/2\pi j,$

(iv)  $\exp(z) = 1.$

(20%)

(b) Jikalau  $f(z) = u(x, y) + jv(x, y)$  adalah analytik di dalam domain D, tunjukkan bahawa persamaan-persamaan.

$$u_x = v_y \text{ dan } u_y = -v_x$$

adalah benar dalam D.

(30%)

(c) Guna bahagian 3 ( b ) untuk menunjukkan bahawa u dan v memenuhi persamaan Laplace  $\nabla^2 \phi = 0$ .

(20%)

(d) Guna bahagian 3 (b) - ( c ) ataupun cara lain untuk menunjukkan bahawa satu penyelesaian bagi persamaan Laplace boleh di tulis dalam bentuk

$$\phi(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \{a_n r^n \cos(n\theta) + b_n r^n \sin(n\theta)\}$$

yang mana  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $\theta = \arctan(y/x)$   
dan  $a_n$  dan  $b_n$  ialah pemalar.

(30%)

...6/-

4. Nilaiikan :

$$(a) \oint_C \frac{\exp(z) dz}{(z-1)(z+5)}, \quad z = x + jy, \quad j = \sqrt{-1},$$

dan C adalah diberi oleh  $|z| = 1/2$

(10%)

(b) Kamiran di bahagian 4 (a), tetapi  
C adalah di beri oleh  $|z| = 4$ ,

(10%)

$$(c) \oint_C \frac{(z^2 + 1) dz}{(z-1)(z+2)(z-3)^2}, \quad C \text{ adalah diberi oleh } |z| = 4$$

(20%)

$$(d) \int_0^{2\pi} \frac{\cos(3\theta) d\theta}{6 - 2 \cos \theta}$$

(30%)

$$(e) \int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{x^4 + 1}$$

(30%)